

Конспект уроку на тему

"Арифметична прогресія. Формула n-го члена арифметичної прогресії"

Овсяна І.Р., вчитель Гайворонківської ЗОШ І-ІІ ст.

Мета: сформувати в учнів поняття про арифметичну прогресію, різницю арифметичної прогресії, формулу n-го члена арифметичної прогресії, вміння знаходити елементи прогресії за формулою n-го члена; розвивати логічне мислення учнів, уміння аналізувати та робити висновки; виховувати спостережливість, кмітливість, бажання здобувати знання, підтримувати інтерес до вивчення теми.

Тип уроку: засвоєння нових знань, умінь та навичок.

Обладнання: підручник (Алгебра для 9-го класу).

ХІД УРОКУ

I. Перевірка домашнього завдання

Вправа «Знайди помилку». Розв'язання домашнього завдання заздалегідь записані вчителем на дошці.

Учні звіряють розв'язання в зошитах із записами на дошці, шукають і виправляють помилки.

II. Актуалізація опорних знань учнів

1. Інтерактивна вправа «Незакінчені речення».

- Об'єкти, які пронумеровано натуральними числами 1, 2, 3, n, ...
(Утворюють послідовність.)
- Об'єкти, які утворюють послідовність, називають ...
(Членами послідовності.)
- Послідовність називають числовою, якщо ...
(Її членами є числа.)
- Послідовність вважають заданою, якщо ...
(Кожний її член можна визначити за його номером.)
- Існують способи задання послідовності — ...
(Описовий, формулою n-го члена, рекурентний.)

2. Обчисліть чотири перших члени послідовностей, заданих формулою n -го члена.

1) $a_n = \frac{n}{n+2}$; 2) $a_n = 2n + 3$; 3) $a_n = 4$; $a_{n+1} = a_n + 3$

III. Мотивація навчальної діяльності учнів

Учитель. Під час розкопок у Єгипті було знайдено папірус, датований 2000 р. до н. е., але виявилось, що і його було переписано з іншого, ще давнішого папірусу (третє тисячоліття до н. е.).

Учені розшифрували текст і прочитали кілька задач. Розглянемо одну з них — задачу про поділ хліба.

Старовинна задача. Сто мір хліба треба розділити між п'ятьма робітниками так, щоб другий отримав на стільки само більше хліба за першого, на скільки третій отримав більше за другого, четвертий — за третього, п'ятий — за четвертого. Крім того, двоє перших повинні отримати хліба у 7 разів менше від трьох інших. Скільки мір хліба треба дати кожному?

Учитель. Щоб розв'язати задачу, спочатку слід ознайомитися з арифметичною прогресією.

IV. Формування нових знань

Учитель. Розглянемо послідовності, в яких кожний член, починаючи з другого, дорівнює попередньому, збільшеному на одне й те саме число:

1) 5; 7; 9; 11; ...;

2) 2; 7; 12; 17; 22; 27; ...;

3) 3; 1; -1; -3; -5; -7; ...

Такі послідовності називають **арифметичними прогресіями**. У перекладі з латинської слово **прогресія** означає **рух уперед**.

Арифметичною прогресією (**an**) називають послідовність, кожний член якої, починаючи з другого, дорівнює попередньому члену, до якого додано одне й те саме число. Це число називають **різницею** арифметичної прогресії і позначають **d (differentia** — різниця).

$$d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots = a_{n+1} - a_n.$$

Арифметичну прогресію можна задати рекурентно:

$$a_{n+1} = a_n + d.$$

Завдання. (№ 665 підручника). Знайдіть чотири перші члени арифметичної прогресії, якщо $a_1 = 1,2$; $d = -0,3$.

Розв'язання

$$a_2 = a_1 + d = 1,2 + (-0,3) = 0,9;$$

$$a_3 = a_2 + d = 0,9 + (-0,3) = 0,6;$$

$$a_4 = a_3 + d = 0,6 + (-0,3) = 0,3.$$

Відповідь. 1,2; 0,9; 0,6; 0,3.

Учитель. Зростає чи спадає дана прогресія? Від чого це залежить? Знайдіть a_{10} ; a_{25} . Для цього вам доведеться обчислити всі попередні члени. Тому, крім рекурентної формули, що задає прогресію, потрібно знати ще і формулу, яка дає змогу за номером елемента обчислити його.

Запишемо члени арифметичної прогресії, використовуючи означення.

$$\text{Отже, } a_2 = a_1 + d;$$

$$a_3 = a_2 + d = a_1 + 2d;$$

$$a_4 = a_3 + d = a_1 + 3d;$$

$$a_5 = a_4 + d = a_1 + 4d;$$

$$a_n = a_1 + d(n-1).$$

Отримали формулу n -го члена арифметичної прогресії.

Повернемося до старовинної задачі і дамо відповідь на запитання «Скільки мір хліба треба дати кожному робітнику?».

Розв'язання

Кількість мір хліба, які одержали робітники, утворюють зростаючу арифметичну прогресію, перший член якої дорівнює x , а різниця – d .

Перший працівник одержить x мір, другий – $(x+d)$ мір, третій – $(x+2d)$ мір, четвертий – $(x+3d)$ мір, п'ятий – $(x+4d)$ мір.

За умовою задачі:

$$\begin{cases} x + (x + d) + (x + 2d) + (x + 3d) + (x + 4d) = 100, \\ 7(x + (x + d)) = (x + 2d) + (x + 3d) + (x + 4d); \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2d = 20, \\ 11x - 2d = 0; \end{cases} \quad 12x = 20, \quad x = \frac{20}{12}; \quad x = 1\frac{2}{3}; \quad d = 9\frac{1}{6}.$$

Отже, робітникам треба дати $1\frac{2}{3}$; $10\frac{5}{6}$; 20 ; $29\frac{1}{6}$; $38\frac{1}{3}$ мір хліба.

Відповідь. $1\frac{2}{3}$; $10\frac{5}{6}$; 20 ; $29\frac{1}{6}$; $38\frac{1}{3}$.

V. Розв'язування вправ

Задача 1. (a_n) – арифметична прогресія, $a_1=4$; $d=0,4$. Знайдіть: 1) a_3 ; 2) a_{11} ; 3) a_{32} .

Відповідь. 1) 4,8; 2) 8; 3) 16,4.

Задача 2. Знайдіть різницю і двісті перший член арифметичної прогресії 2,6; 2,9; 3,2;....

Розв'язання

$$d = a_2 - a_1 = 2,9 - 2,6 = 0,3;$$

$$a_{201} = a_1 + 200d = 2,6 + 200 \cdot 0,3 = 62,6.$$

Відповідь. 0,3; 62,6.

Задача 3. Знайдіть перший член арифметичної прогресії, якщо $a_5 = 11$; $a_{11} = -7$.

Розв'язання

Маємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} a_5 = a_1 + 4d, \\ a_{11} = a_1 + 10d; \end{cases} \begin{cases} a_1 + 4d = 11, \\ a_1 + 10d = -7; \end{cases} \begin{cases} a_1 = 11 - 4d, \\ 11 - 4d + 10d = -7; \end{cases} \begin{cases} a_1 = 11 - 4d, \\ 6d = -18; \end{cases} \begin{cases} a_1 = 23, \\ d = -3. \end{cases}$$

Відповідь. 23.

Учитель. Розгляньте будь-який член арифметичної прогресії 2; 7; 12; 17; 22; 27; Як він пов'язаний з його наступним і попереднім членами?

Маємо: $a_2 - a_1 = a_3 - a_2$, звідси $2a_2 = a_1 + a_3$, $a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2}$;

$a_3 - a_2 = a_4 - a_3$, звідси $2a_3 = a_2 + a_4$, $a_3 = \frac{a_2 + a_4}{2}$;

$a_n - a_{n-1} = a_{n+1} - a_n$, звідси $2a_n = a_{n-1} + a_{n+1}$, $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$.

Отже, будь-який член арифметичної прогресії, крім першого, дорівнює середньому арифметичному двох сусідніх з ним членів.

Задача 4. Знайдіть другий член арифметичної прогресії, якщо перший і третій члени дорівнюють відповідно -6 і 12.

Розв'язання

Маємо: $a_1 = -6$, $a_3 = 12$.

Отже, $a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2} = \frac{-6 + 12}{2} = 3$.

Відповідь. 3.

VI. Підсумок уроку

Інтерактивна вправа «Мікрофон». Учні, передаючи «уявний мікрофон», висловлюються по черзі (слово надається тому, у кого в руках «мікрофон»).

- На сьогоднішньому уроці ми дізналися ...
- На сьогоднішньому уроці найважливішим відкриттям для мене було ...
- На початку уроку я поставив перед собою мету. Ось як я її досяг ...
- Сьогодні на уроці мені сподобалося ...
- Сьогодні на уроці мені було важко ...

VII. Домашнє завдання